Klassenarbeit Nr. 3

Musterlösung

Aufgabe 1 - Stochastik

Jan hat 3 grüne, 2 blaue, 1 gelbes und 5 schwarze T-Shirts in seinem Schrank. Er zieht morgens im Dunkeln zufällig T-Shirts heraus.

a) Zeichne das Pfaddiagramm unter der Annahme, dass das zuerst gezogene T-Shirt nicht in den Schrank zurückgelegt wird.

b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er beim Herausnehmen von einem T-Shirt eines der blauen T-Shirt erwischt?

$$P(b) = \frac{2}{11} \approx 18{,}2\,\%$$

c) Wie wahrscheinlich ist es, dass er beim Herausnehmen von 2 T-Shirts 2 schwarze erhält?

$$P(s,s) = \frac{5}{11} \cdot \frac{4}{10} \approx 18{,}2\,\%$$

d) Wie wahrscheinlich ist es, dass er ein blaues und ein grünes T-Shirt zieht?

$$P(1xb; 1xg) = P(b,g) + P(g,b) = 2 \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} \approx 10{,}91\,\%$$

e) Wie verändert sich die Wahrscheinlichkeit für Aufgabenteil c, wenn Jan das zuerst gezogene T-Shirt zurück in den Schrank legt, bevor er ein zweites mal zieht.

$$P(s,s) = \frac{5}{11} \cdot \frac{5}{11} \approx 20{,}66\,\%$$

Aufgabe 2 - Sinus, Kosinus, Tangens

Berechne je Dreieck die rot markierte Seitenlänge.

a) $tan\ \alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow a = 57\ cm \cdot tan\ 30° \approx 32{,}91\ cm$

b) $tan\ \alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow b = 35\ cm : tan\ 60° \approx 20{,}21\ cm$

c) $cos\ \beta = \frac{a}{c} \Rightarrow c = 11\ cm : cos\ 75° \approx 42{,}5\ cm$

d) $cos\ \alpha = \frac{b}{c} \Rightarrow c = 43{,}3\ cm : cos\ 60° = 86{,}6\ cm$

Aufgabe 3 - Sinus- & Kosinus-Satz

Im Dreieck ABC sind die nachfolgenden Werte bekannt. Berechne die fehlenden Winkel und Seitenlängen. Sollte eine Aufgabe nicht lösbar sein, so begründe dies. Erstelle für jede Aufgabe eine Planfigur.

a) a = 6 dm b = 4 dm α = 57°

β mittels Sinussatz:

$$\frac{b}{a} = \frac{sin\ \beta}{sin\ \alpha} \Rightarrow \beta = sin^{-1}\left(sin\ 57^\circ \cdot \frac{4\ dm}{6\ dm}\right) \approx 34^\circ$$

γ mittels Winkelsumme:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \gamma = 180^\circ - 57^\circ - 34^\circ = 89^\circ$$

c mittels Sinussatz:

$$\frac{c}{a} = \frac{sin\ \gamma}{sin\ \alpha} \Rightarrow c = \left(\frac{sin\ 89^\circ}{sin\ 57^\circ} \cdot 6\ dm\right) \approx 7{,}15\ dm$$

b) α = 45° β = 71° γ = 64°

Nicht lösbar, da keine Seitenlänge gegeben ist.

c) a = 7 cm c = 13 cm β = 66°

b mittels Kosinussatz:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ab \cdot cos\ \beta \Rightarrow b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ab \cdot cos\ \beta}$$

$$= \sqrt{(7\ dm)^2 + (13\ dm)^2 - 2 \cdot 7\ dm \cdot 13\ dm \cdot cos\ 66^\circ} \approx 12\ dm$$

α und β mittels Sinussatz und Winkelsumme (Reihenfolge beliebig, hier α zuerst als Beispiel)

$$\frac{sin\ \alpha}{sin\ \beta} = \frac{a}{b} \Rightarrow \alpha = sin^{-1}\left(sin\beta \cdot \frac{a}{b}\right) = sin^{-1}\left(sin\ 66^\circ \cdot \frac{7\ dm}{12\ dm}\right) \approx 32{,}2^\circ$$

$$180^\circ = \alpha + \beta + \gamma \Rightarrow \gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 81{,}8^\circ$$

Aufgabe 4 - Sachaufgabe 1

a) Wie groß ist bei der Steigungswinkel bei der abgebildeten Skaterrampe?

geg. $\gamma = 90^\circ \quad a = 29\ cm \quad b = 98\ cm$

ges.: α

$$tan\ \alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow \alpha = tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) = tan^{-1}\left(\frac{29\ cm}{98\ cm}\right) \approx 16{,}5^\circ$$

b) Welches Volumen hat die Rampe?

$$V_F = G_D \cdot h_F = \left(\frac{1}{2} \cdot 98\ cm \cdot 29\ cm\right) \cdot 70\ cm = 99.470\ cm^3 \approx 99{,}5\ dm^3$$

c) Wie viel % Steigung hat die Rampe?

$$\frac{a}{b} \cdot 100 = \frac{29\ dm}{98\ dm} \cdot 100 \approx 29{,}6\,\%\ 5$$

Aufgabe 5 - Sachaufgabe 2

Eine Turmspitze wird aus zwei Bodenpunkten (A: 25°, B: 48°) angepeilt,
die 50 Meter voneinander entfernt sind.

Berechne die Höhe des Turmes.

Variante 1 - Winkelsummen und doppelter Sinussatz:

1) im rechten Dreieck ist die Spitze 52°, da 180°-90°-48°
2) Im Gesamtdreieck ist die Spitze 75°, da 180° - 90° - 25°
3) Im linken Dreieck ergibt sich für den Winkel rechts 132°, da 180°-48°
4) Der Winkel im linken Dreieck ist damit 23°

Die Strecke a zwischen B und der Spitze lässt sich nun mittels SInussatz bestimmen:

$$\frac{a}{c} = \frac{sin\ \alpha}{sin\ \gamma_1} \Rightarrow a = \frac{c \cdot sin\ \alpha}{sin\ \gamma_1} = \frac{50m \cdot sin 25^\circ}{sin 23^\circ} \approx 54{,}08m$$

Nun lässt sich die Höhe im rechten Dreieck bestimmen:

$$\frac{h}{a} = \frac{sin\beta_2}{sin\delta} \Rightarrow h = \frac{a \cdot sin\beta_2}{sin\delta} = \frac{54{,}08m \cdot sin 48^\circ}{sin 90^\circ} \approx 40{,}19m$$

Variante 2 - Gleichsetzen von 2 Tangens-Gleichungen

I) $$tan 25^\circ = \frac{h}{50m + x} \Rightarrow h = tan 25^\circ \cdot (50m + x) = tan 25^\circ \cdot 50m + tan 25^\circ \cdot x$$

II) $$Tan 48^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow h = tan 48^\circ \cdot x$$

I und II gleichgesetzt

$$tan 48^\circ \cdot x = tan 25^\circ \cdot 50m + tan 25^\circ \cdot x \qquad || - tan 25^\circ \cdot x$$

$$tan 48^\circ \cdot x - tan 25^\circ \cdot x = tan 25^\circ \cdot 50m \qquad ||T$$

$$x \cdot (tan 48^\circ - tan 25^\circ) = tan 25^\circ \cdot 50m \qquad || : (tan 48^\circ - tan 25^\circ)$$

$$x = \frac{tan 25^\circ \cdot 50m}{(tan 48^\circ - tan 25^\circ)} \approx 36{,}19m$$

x in II eingesetzt:

$$h = tan 48^\circ \cdot 36{,}19m \approx 40{,}19m$$

Bonusaufgabe

Die Aufgabe ist lösbar mittels der Umformung des Kosinussatzes. Alternativ dazu ist sie grafisch Lösbar, da das Dreieck mit den gegeben werten konstruierbar ist.